Solutions des exercices page 12

1) $P(A) = 3/10$ $P(B) = 2/10 = 1/5$ $P(C) = 8/10 = 4/5$ $P(D) = 5/10 = ½$

2) a) $P(A) = 50/80 = 5/8$ $P(C) = 16/80 = 1/5$
$P(B) = 42/80 = 21/40$ $P(D) = 14/80 = 7/40$
b)

	F	$\overline{F}$	Total
V	22	28	50
$\overline{V}$	16	14	30
Total	38	42	80

3) $P(R) = 5/32 + 3/16 = 11/32$
$P(N) = 3/32 + 5/16 = 13/32$
$P(B) = 8/32 = ¼$

4) $P(D_1 \cap D_2) = 0{,}1 \,.\, 0{,}05 = 0{,}005$
a) $P(D_1 \cup D_2) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2)$
$= 0{,}1 + 0{,}05 - 0{,}005 = 1/10 + 5/100 - 5/100$
$= 100/1000 + 50/1000 - 5/1000 = 145/1000 = 0{,}145$
b) $P(\overline{D_1 \cap D_2}) = 1 - 0{,}005 = 0{,}995$
c) $P((D_1 \cup D_2) \setminus (D_1 \cap D_2)) = 0{,}145 - 0{,}005 = 0{,}14$

5) $\#\Omega = 6^2 = 36$ A = « la somme est un multiple de 3 »
A = { 12, 21, 15, 24, 33, 42, 51, 36, 45, 54, 63, 66}
#A = 12
P(A) = 12/36 = 1/3

6) $\#\Omega = C_{40}^{10} = 847\,660\,528$
A = « le mot est formé de lettres identiques »
$\#A = C_{24}^{10} + C_{16}^{10} = 1\,969\,264$
$P(A) \cong 0{,}0023 = 0{,}23\%$

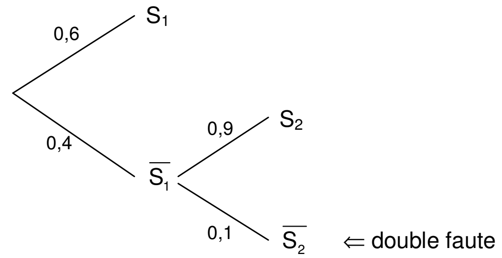
7)

k	1	2	3	4	5	6	Total
P(X = k)	**0,1**	**0,1**	**0,1**	**0,1**	**0,1**	½ = 0,5	1

$5 \,.\, P(X=1) + P(X=6) = 1 \quad \Rightarrow 5 \,.\, P(X=1) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$
Donc, $P(X=1) = P(X=2) = P(X=3) = P(X=4) = P(X=5) = 0{,}5 : 5 = 0{,}1$

8) $\#\Omega = C_8^2 = 28$
A = « tirage de deux images »
$\#A = C_3^2 = 3$ $P(A) = 3/28$
B= « tirage de deux nombres »
$\#B = C_5^2 = 10$ $P(B) = 10/28 = 5/14$
C= « tirage d'un nombre et d'une image »
$\#C = C_5^1 . C_3^1 = 15$ $P(C) = 15/28$

9) Soit S_1 l'événement « réussir son 1er service »
et S_2 l'événement « réussir son 2e service »



$P(\overline{S_1} \cap \overline{S_2}) = 0{,}4 \,.\, 0{,}1 = 0{,}04 = 4\%$

10) $\#\Omega = C_{25}^4 = 12\,650$
A = « le tirage est formé de 2 filles et 2 garçons »
$\#A = C_{13}^2 . C_{12}^2 = 5148$
$P(A) \cong 0{,}407 = 40{,}7\%$

11) Soit T l'événement « la personne fait du tennis »
et C l'événement « la personne fait du canoë»

	T	$\overline{T}$	Total
C	6	9	15
$\overline{C}$	18	87	105
Total	24	96	120

$P(T) = 24/120 = 1/5 = 20\%$
$P(\overline{T} \cap \overline{C}) = 87/120 = 29/40 = 72{,}5\%$

12) $P(A) = 2/10 \,.\, 1/9 + 3/10 \,.\, 2/9 + 5/10 \,.\, 4/9 = 2/90 + 6/90 + 20/90 = 28/90 = 14/45$

13) $\#\Omega = P_5 = 120$
Soit A l'événement « les clowns terminent le spectacle »
$\#A = P_4 = 24$ $P(A) = 24/120 = 1/5$
Soit B l'événement « les trapézistes suivent immédiatement les clowns»
$\#B = 4 \,.\, P_3 = 24$ $P(B) = 24/120 = 1/5$
Soit C l'événement « les acrobates commencent ou terminent le spectacle»
$\#C = 2 \,.\, P_4 = 48$ $P(C) = 48/120 = 2/5$

14) a) $\#\Omega = A_6^2 = 30$
b) $\#A = 3 \,.\, 3 + 3 \,.\, 3 = 9 + 9 = 18$ (N et R OU R et N)
$P(A) = 18/30 = 3/5$
B = {24, 27, 42, 48, 45, 84, 54, 57, 75} #B = 9
$P(B) = 9/30 = 3/10$

15) $\#\Omega = C_{30}^{10} = 30\ 045\ 015$

A = « le tirage est formé de 2 fleurs et 3 arbres »

$\#A = C_6^2.C_5^3.C_{19}^5 = 1\ 744\ 200$

$P(A) \cong 0{,}058 = 5{,}8\%$

B = « le tirage ne contient pas de fruits »

$\#B = C_{19}^{10} = 92\ 378$

$P(B) \cong 0{,}003 = 0{,}3\%$

C = « le tirage est formé d'au plus 2 arbres »

$\#C = C_5^0.C_{25}^{10} + C_5^1.C_{25}^9 + C_5^2.C_{25}^8 = 24\ 299\ 385$

$P(C) \cong 0{,}809 = 80{,}9\%$

16) Soit A l'événement « la fleur provient de la serre A »
et F l'événement « la fleur donne un fruit»

	A	$\overline{A}$	Total
F	48,4%	37,8%	86,2%
$\overline{F}$	6,6%	7,2%	13 ,8%
Total	55%	45%	100%

P(F) = 86,2%

17) a) $\#\Omega = C_8^2 = 28$

b) $\#A = C_3^2 + C_2^2 + C_3^2 = 3 + 1 + 3 = 7$ P(A) = 7/28 = 1/4

$\#B = C_5^2 = 10$ P(B) = 10/28 = 5/14

c) $A \cap B$ = « les deux boules sont de même couleur et portent un numéro impair »

$\#(A \cap B) = 2$ $P(A \cap B) = 2/28 = 1/14$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 7/28 + 10/28 - 2/28 = 15/28$

18) $\#\Omega = C_{42}^6 = 5\ 245\ 786$

a) Soit X le nombre de bons numéros

$P(X = 6) = C_6^6 / 5\ 245\ 786 \cong 0{,}000\ 000\ 191 = 0{,}0000191\%$

$P(X = 5^C) = C_6^5.C_1^1 / 5\ 245\ 786 \cong 0{,}000\ 001\ 14 = 0{,}000\ 114\%$

$P(X = 4) = C_6^4.C_{36}^2 / 5\ 245\ 786 \cong 0{,}001\ 80 = 0{,}180\%$

$P(X = 3) = C_6^3.C_{36}^3 / 5\ 245\ 786 \cong 0{,}0272 = 2{,}72\%$

$P(X = 0) = C_6^0.C_{36}^6 / 5\ 245\ 786 \cong 0{,}371 = 37{,}1\%$

19) Conseil : calculer la probabilité demandée pour n = 3

Pour n jets :

Soit A l'événement « obtenir au moins une fois 6 »

$\overline{A}$ = « n'obtenir aucun 6 »

$P(\overline{A}) = (5/6)^n$ $P(A) = 1 - (5/6)^n$

On demande $P(A) \geq 0{,}9$

$\Leftrightarrow \quad 1 - (5/6)^n \geq 0{,}9$

$\Leftrightarrow \quad -(5/6)^n \geq -0{,}1$

$\Leftrightarrow \quad (5/6)^n \leq 0{,}1$

$\Leftrightarrow \quad n \geq \log_{\frac{5}{6}} 0{,}1$ (base strictement inférieure à 1)

$\Leftrightarrow \quad n \geq 12{,}629\ldots$

Donc, il faudra 13 lancers.